

Pavages

Un pavage est un recouvrement d'une zone par des pavés, sans trou ni superposition.

Trouver des pavages du plan satisfaisant toutes les règles d'harmonie suivantes :

- les pavés sont des polygones réguliers
- les arêtes ont toutes la même longueur
- les sommets des polygones ne touchent les autres polygones qu'en leurs sommets
- les sommets ont tous la même organisation

Peut-on les énumérer tous ?

De même, on s'intéresse aux polyèdres convexes tels que :

- les faces sont des polygones réguliers
- les arêtes ont toutes la même longueur
- les sommets des polygones ne touchent les autres polygones qu'en leurs sommets
- les sommets ont tous la même organisation

Peut-on les énumérer tous ?

Parts égales ?

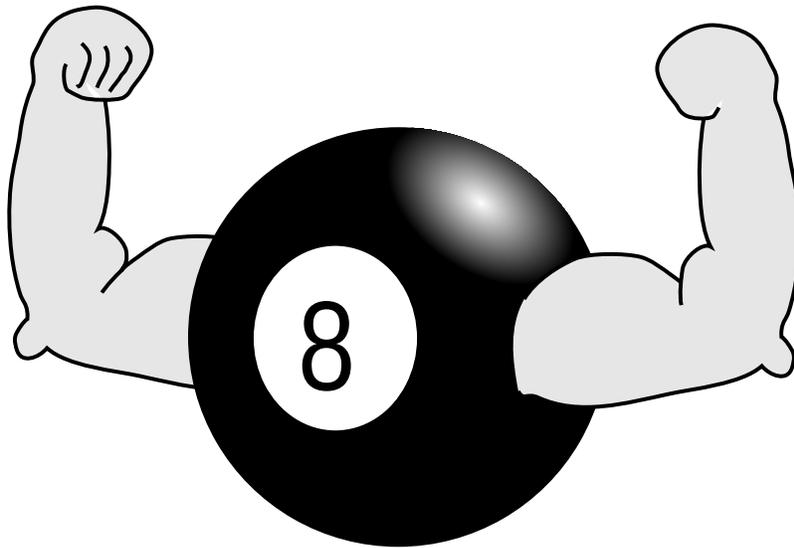
Géo a inventé un robot découpeur de tartes. Il est muni d'un tranchoir inamovible et d'un plateau tournant. On y dépose la tarte dans la machine, celle-ci la centre, actionne le tranchoir, ce qui découpe un rayon, puis fait tourner la tarte de l'angle θ , découpe un nouveau rayon, fait tourner la tarte, etc... On peut régler le nombre de coups de tranchoir et l'angle θ avant de lancer la machine.

Géo s'amuse alors à découper au delà du tour complet et remarque que les parts ainsi obtenues ont des tailles différentes.

1. Par exemple il a réussi à régler θ pour obtenir 5 parts de 2 tailles différentes, 2 grandes parts et 3 petites. Quelles sont les valeurs de θ qui permettent cela ?
1. Pouvez-vous trouver un réglage pour obtenir 13 grandes parts et 5 petites ?
2. Trouver un réglage qui fait 4 tailles différentes.
3. Est-ce que le nombre de parts de chaque taille peut être quelconque ?

Les billes de billard

Cette entreprise a conçu un nouveau modèle de billes de billard ultra résistantes, et veut tester leur solidité en décidant de quel étage on peut les lâcher depuis l'immeuble de l'entreprise sans qu'elles se brisent à l'impact. On dispose seulement de deux billes prototypes, et l'immeuble fait 100 étages de haut.



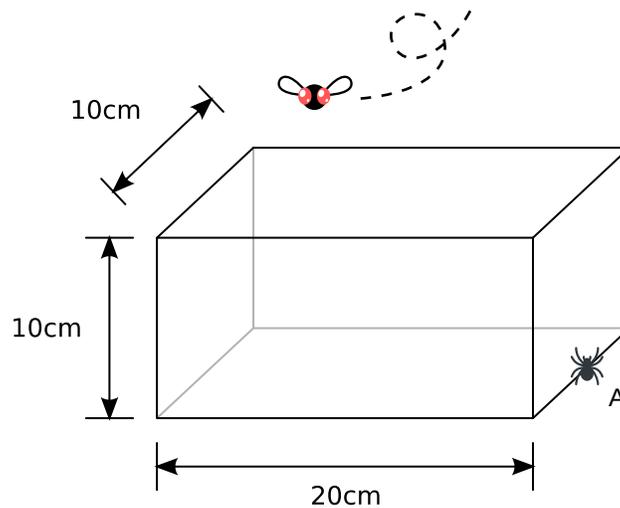
En combien d'essais* au minimum peut-on déterminer à coup sûr l'étage maximal depuis lequel on peut lâcher une bille sans qu'elle se casse ?**

* Lâcher les deux billes en même temps compte pour deux essais.

** On supposera que les billes qui survivent à un essai ne sont pas fragilisées par l'essai.

L'araignée et la mouche

Une boîte parallélépipédique de $20\text{ cm} \times 10\text{ cm} \times 10\text{ cm}$ posée sur une table. Une araignée se trouve au pied de la boîte, juste au milieu d'un des côtés de 10 cm . Une mouche se pose à un endroit quelconque de la boîte. L'araignée sait déterminer le chemin le plus court qui mène à la mouche tout en restant sur la boîte. La longueur L de ce chemin dépend de l'endroit où s'est posée la mouche.



En se posant au bon endroit sur la boîte, la mouche peut rendre L le plus grand possible. Quelle est cette valeur maximale de L ?

Sous-suites bien ordonnées

10 personnes de taille différente sont alignées. Démontrer qu'en retirant 6 personnes bien choisies, les 4 personnes restantes sont alignées par ordre croissant ou décroissant de taille.